5 - Дәріс

Тақырыбы: **Анықталған интегралды интегралдау әдістері: айнымалыны алмастыру, бөліктеп интегралдау.**

1-теорема (айнымалыны алмастыру туралы). Егер $x=\varphi(t)$ функциясы $[c,d]$ кесіндісінде үзіліссіз дифференциалданатын және $a=\varphi(c)$, $b=\varphi(d)$ болып, сонымен бірге $f(x)$ $[a,b]$ кесіндісінде үзіліссіз функция болса, онда келесі теңдік орындалады:

$$\int_a^b f(x)dx=\int_c^d f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt \tag{3}$$

$F(x)$ пен $\Phi(t)$ сәйкес $f(x)$ пен $f[\varphi(t)]\varphi'(t)$ функцияларының алғашқы функциялары болсын. Онда

$$\left(F[\varphi(t)]\right)'_t=F'_\varphi\cdot\varphi'_t(t)=f[\varphi(t)]\varphi'(t),$$

олай болса,

$$\Phi(t)=F[\varphi(t)]+C.$$

Сондықтан,

$$\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)=F[\varphi(d)]-F[\varphi(c)]=\Phi(d)-\Phi(c)=\int_c^d f[\varphi(t)]\varphi'(t)dt$$

2-теорема (бөліктеп интегралдау әдісі). Егер $u(x)$ және $v(x)$ функциялары $[a,b]$ сегментінде үзіліссіз дифференциалданатын функциялар болса, онда

$$\int_a^b udv=uv\Big|_a^b-\int_a^b vdu. \tag{4}$$

немесе

$$\int_a^b u(x)v'(x)dx=u(x)v(x)\Big|_a^b-\int_a^b v(x)u'(x)dx. \tag{5}$$

Егер $f(x)=u(x)v(x)$ болса, онда

$$f'(x)=u(x)v'(x)+v(x)u'(x) \tag{6}$$

болады. Ал

$$\int_a^b f'(x)\,dx=f(x))\Big|_a^b$$

болғандықтан, (6) теңдігінің екі жағын интегралдап,

$$\int_a^b[u(x)v'(x)+v(x)u'(x)]dx=\left[u(x)v(x)\right]\Big|_a^b$$

теңдігіне келеміз. Бұдан (5) *бөліктеп интегралдау формуласын* аламыз.